

1章 式の展開と因数分解

1節 式の展開

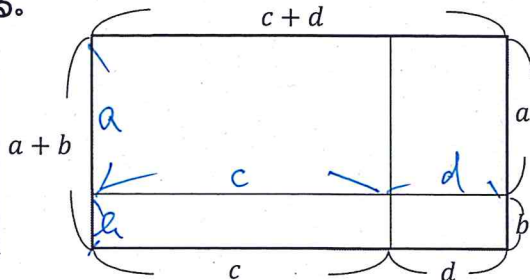
2、式の展開①

めあて $(a+b)(c+d)$ の式の作りは必ずそう!!

◎縦、横の長さがそれぞれ $a+b, c+d$ の長方形がある。

この全体の長方形の面積は?

全体の長方形で考えると、
 $(a+b)(c+d) \dots \textcircled{1}$
4つの分けられた長方形をたすと考えると、
 $ac+ad+bc+bd \dots \textcircled{2}$



上の問題から、 $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ が成り立ちそう!
 $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ を説明してみよう!

$(a+b)(c+d)$ ↓ $c+d = M$ とする
 $= (a+b)M$ ↓ 分配法則で $()$ をはずす
 $= aM + bM$
 $= a(c+d) + b(c+d)$ ↓ M を $c+d$ に戻す
 $= ac+ad+bc+bd$ ↓ $()$ をはずす

Point!

単項式と多項式、または多項式と多項式の積の形でかかれた式を、単項式の和にかき表すことをもとの式を(展開)するという。

$$(a+b)(c+d) = \frac{ac}{1} + \frac{ad}{2} + \frac{bc}{3} + \frac{bd}{4}$$

※1/2/3/4はつけなくていい

(例1) 式の展開

$$(x+3)(y-7) = xy - 7x + 3y - 21$$

(問2) 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+4)(y+3)$
 $= \underline{x^2 + 3x + 4y + 12}$

(2) $(x-2)(y+8)$
 $= \underline{x^2 + 8x - 2y - 16}$

(3) $(a+5)(b-2)$
 $= \underline{ab - 2a + 5b - 10}$

(4) $(x-a)(y-b)$
 $= \underline{xy - bx - ay + ab}$

(5) $(1+x)(2+y)$
 $= \underline{2 + y + 2x + xy}$

(6) $(2a-b)(3c+d)$
 $= \underline{6ac + 2ad - 3bc - bd}$

(例2) 展開して同類項をまとめる計算

(1) $(2x+3)(x-1)$
 $= 2x^2 - 2x + 3x - 3$
 $= \underline{2x^2 + x - 3}$

(2) $(2a-b)(-3a-4b)$
 $= -6a^2 - 8ab + 3ab + 4b^2$
 $= \underline{-6a^2 - 5ab + 4b^2}$

(問3) 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+3)(x+4)$
 $= x^2 + 4x + 3x + 12$
 $= \underline{x^2 + 7x + 12}$

(2) $(a-9)(a+2)$
 $= a^2 + 2a - 9a - 18$
 $= \underline{a^2 - 7a - 18}$

(3) $(-y+6)(y-5)$
 $= -y^2 + 5y + 6y - 30$
 $= \underline{-y^2 + 11y - 30}$

(4) $(5b+1)(5b-3)$
 $= 25b^2 - 15b + 5b - 3$
 $= \underline{25b^2 - 10b - 3}$

(5) $(1+x)(3+4x)$
 $= 3 + 4x + 3x + 4x^2$
 $= \underline{3 + 7x + 4x^2}$

(6) $(-3-4b)(1+2b)$
 $= -3 - 6b - 4b - 8b^2$
 $= \underline{-3 - 10b - 8b^2}$

(7) $(2x-y)(x+3y)$
 $= 2x^2 + 6xy - xy - 3y^2$
 $= \underline{2x^2 + 5xy - 3y^2}$

(8) $(3a-2b)(a-b)$
 $= 3a^2 - 3ab - 2ab + 2b^2$
 $= \underline{3a^2 - 5ab + 2b^2}$

(例3) 項が3つある多項式の乗法

$(x+3)(x+y+1)$
 $= x^2 + xy + x + 3x + 3y + 3$
 $= \underline{x^2 + xy + 4x + 3y + 3}$

()の中の項が3つ以上になっても、
1つ1つかけて、展開していく!!
同類項があはれまとめる!!

(問4) 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+2)(x+y-3)$
 $= x^2 + xy - 3x + 2x + 2y - 6$
 $= \underline{x^2 + xy - x + 2y - 6}$

(2) $(a+b+1)(a-5)$
 $= a^2 - 5a + ab - 5b + a - 5$
 $= \underline{a^2 - 4a + ab - 5b - 5}$

1章 式の展開と因数分解

1節 式の展開

3、 $(x+a)(x+b)$ の展開①

めあて 交差率のよ、展開の方法を知ろう!!

ここでは、 $(x+a)(x+b)$ を手際よく展開する方法を考えてみよう!

$$\begin{aligned} \circ (x+2)(x+4) \\ = x^2 + 4x + 2x + 8 \\ = x^2 + 6x + 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+a)(x+b) \\ = x^2 + ax + bx + ab \\ = x^2 + (a+b)x + ab \end{aligned}$$

展開して得られた式の、 x の係数は 6 ... ②と④をたした数
定数項は 8 ... ②と④をかけた数

Point! $(x+a)(x+b)$ の展開

$$\text{公式①: } (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

\swarrow \searrow \swarrow \searrow
 2つの数 2数をたす 2数をかける

(例1)

$$\begin{aligned} (x+4)(x+5) \\ = x^2 + 9x + 20 \\ \quad \quad \quad \underbrace{4+5} \quad \underbrace{4 \times 5} \end{aligned}$$

$$\{ x^2 + (たす)x + (かける) \}$$

(問1) 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned} (1) (x+2)(x+7) \\ = x^2 + 9x + 14 \\ \quad \quad \quad \underbrace{2+7} \quad \underbrace{2 \times 7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) (a+6)(a+3) \\ = a^2 + 9a + 18 \\ \quad \quad \quad \underbrace{6+3} \quad \underbrace{6 \times 3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) (y+1)(y+6) \\ = y^2 + 7y + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) (x+5)(x+3) \\ = x^2 + 8x + 15 \end{aligned}$$

(問2) 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned} (x+3)(x-5) \\ = x^2 - 2x - 15 \\ \quad \quad \quad \underbrace{(+3)+(-5)} \quad \underbrace{(+3) \times (-5)} \end{aligned}$$

問題の2つの数を見て、
たす、かけるの2つのこと
やるだけ!!

(問3) 次の式を展開しなさい。

$$(1) (x+4)(x-3) \\ = \underline{x^2+x-12}$$

$$(2) (a+2)(a-5) \\ = \underline{a^2-3a-10}$$

$$(3) (y-6)(y+4) \\ = \underline{y^2-2y-24}$$

$$(4) (x-2)(x+3) \\ = \underline{x^2+x-6}$$

$$(5) (a-1)(a-5) \\ = \underline{a^2-6a+5}$$

$$(6) (y-7)(y-3) \\ = \underline{y^2-10y+21}$$

(問4) 次の式を展開しなさい。

$$(1) (x+9)(x+1) \\ = \underline{x^2+10x+9}$$

$$(2) (a+5)(a-8) \\ = \underline{a^2-3a-40}$$

$$(3) (x-2)(x+3) \\ = \underline{x^2+x-6}$$

$$(4) (y-1)(y-8) \\ = \underline{y^2-9y+8}$$

$$(5) \left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{2}{3}\right) \\ = \underline{x^2+x+\frac{2}{9}}$$

$\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \quad \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$

$$(6) \left(y-\frac{3}{4}\right)\left(y+\frac{1}{4}\right) \\ = y^2 - \frac{2}{4}y - \frac{3}{16} \\ = \underline{y^2 - \frac{1}{2}y - \frac{3}{16}}$$

(問5) 次の式を展開しなさい。

$$(1) (1+x)(2+x) \\ = (x+1)(x+2) \\ = \underline{x^2+3x+2}$$

$$(2) (-6+x)(x+7) \\ = (x-6)(x+7) \\ = \underline{x^2+x-42}$$

見やすく
並べかえ

1章 式の展開と因数分解

1節 式の展開

4、 $(x+a)^2$ 、 $(x-a)^2$ の展開①

めあて $(x+a)^2$ 、 $(x-a)^2$ の公式が使えるようになる!!

(例1) 和の平方の展開

$$\begin{aligned}(x+5)^2 &= (x+5)(x+5) \\ &= \underbrace{x^2}_{5 \times 2 \text{倍}} + \underbrace{10x}_{5 \times 2 \text{乗}} + \underbrace{25}_{5 \times 2 \text{乗}}\end{aligned}$$

$$(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

Point!

$$\text{公式②: } (x+a)^2 = x^2 + \underbrace{2ax}_{a \times 2 \text{倍}} + \underbrace{a^2}_{a \times 2 \text{乗}}$$

(問2) 次の式を展開しなさい。

$$(1) (x+1)^2 = \underbrace{x^2}_{1 \times 2 \text{倍}} + \underbrace{2x}_{1 \times 2 \text{乗}} + 1$$

$$(2) (y+2)^2 = \underbrace{y^2}_{2 \times 2 \text{倍}} + \underbrace{4y}_{2 \times 2 \text{乗}} + 4$$

$$(3) (a+6)^2 = \underbrace{a^2}_{6 \times 2 \text{倍}} + \underbrace{12a}_{6 \times 2 \text{乗}} + 36$$

$$(4) (x+10)^2 = \underbrace{x^2}_{10 \times 2 \text{倍}} + \underbrace{20x}_{10 \times 2 \text{乗}} + 100$$

$$(5) \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \underbrace{x^2}_{\frac{1}{2} \times 2 \text{倍}} + \underbrace{x}_{\frac{1}{2} \times 2 \text{乗}} + \frac{1}{4}$$

$$(6) (8+x)^2 = \underbrace{(x+8)^2}_{8 \times 2 \text{倍}} = \underbrace{x^2 + 16x + 64}_{8 \times 2 \text{乗}}$$

$(x+0)^2$ の展開は、
0の2倍、0の2乗を
するだけ!!

(例2) 差の平方の展開

$$\begin{aligned}
 &(x-3)^2 \\
 &= (x-3)(x-3) \\
 &= \underbrace{x^2}_{-3 \times 2 \text{倍}} - \underbrace{6x}_{-3 \times 2 \text{乗}} + 9
 \end{aligned}$$

$(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$

※③の公式とほとんど同じだから
 x^2-6x+9 と「-」に気をつけるに注意

Point!

公式③: $(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$

注意

※基本的に
公式②と同じ

(問4) 次の式を展開しなさい。

(1) $(x-2)^2$

$$= \underline{x^2 - 4x + 4}$$

「-」に注意

(2) $(y-1)^2$

$$= \underline{y^2 - 2y + 1}$$

(3) $(a-9)^2$

$$= \underline{a^2 - 18a + 81}$$

(4) $(x-20)^2$

$$= \underline{x^2 - 40x + 400}$$

(5) $(x - \frac{2}{3})^2$

$$= \underline{x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}}$$

(6) $(-6+x)^2$

$$= \underline{(x-6)^2}$$

$$= \underline{x^2 - 12x + 36}$$

1章 式の展開と因数分解

1節 式の展開

5、 $(x+a)(x-a)$ の展開①

めあて $(x+a)(x-a)$ の公式が使えるようになる!!

(例1) 和と差の積の展開

$$\begin{aligned}(1) (x+3)(x-3) \\ &= x^2 + 0x - 9 \\ &= x^2 - 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) (2+x)(2-x) \\ &= 4 + 0x - x^2 \\ &= 4 - x^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(0+\Delta)(0-\Delta) \\ &= 0^2 - \Delta^2 \\ &\text{※項が2つにたつ} \\ &\text{すっきり!!}\end{aligned}$$

Point! (和と差の積の展開)

$$\text{公式④} : (x+a)(x-a) = \underbrace{x^2}_{0 \times 2 \text{ 乗}} - \underbrace{a^2}_{\Delta \times 2 \text{ 乗}}$$

(問2) 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned}(1) (x+4)(x-4) \\ &= \underline{x^2 - 16}\end{aligned}$$

$x \times 2$ 乗 4×2 乗

$$(2) (a-6)(a+6) = \underline{a^2 - 36}$$

$$(3) (5+y)(5-y) = \underline{25 - y^2}$$

$$(4) (7-x)(7+x) = \underline{49 - x^2}$$

$$(5) \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) = \underline{x^2 - \frac{1}{4}}$$

$$(6) \left(\frac{1}{3} - x\right)\left(\frac{1}{3} + x\right) = \underline{\frac{1}{9} - x^2}$$

$$\begin{aligned}(7) \left(\frac{1}{4} + x\right)\left(x - \frac{1}{4}\right) \\ &= \left(x + \frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right) \\ &= \underline{x^2 - \frac{1}{16}}\end{aligned}$$

1章 式の展開と因数分解

1節 式の展開

6、乗法公式の活用①

めあて 4つの乗法公式を確実に覚え、活用しよう!!

Point! (乗法公式)

- ① $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
- ② $(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$
- ③ $(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$
- ④ $(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$

← 確実に覚えよう!!

(例1) 乗法公式を活用した数の計算

(1) 102×98

公式④ $\Rightarrow (100+2)(100-2)$
 $= 100^2 - 2^2$
 $= 10000 - 4$
 $= \underline{9996}$

(2) 103^2

公式② $= (100+3)^2$
 $= 100^2 + 2 \times 3 \times 100 + 3^2$
 $= 10000 + 600 + 9$
 $= \underline{10609}$

100の周りのよい数で基準にして、公式にあてはめる!!

(問1) 乗法公式を使って、次の計算をしなさい。

(1) 71×69 ← 70を基準に

$= (70+1)(70-1)$
 $= 70^2 - 1^2$
 $= 4900 - 1$
 $= \underline{4899}$

(2) 497×503

$= (500-3)(500+3)$
 $= 500^2 - 3^2$
 $= 250000 - 9$
 $= \underline{249991}$

(3) 61^2

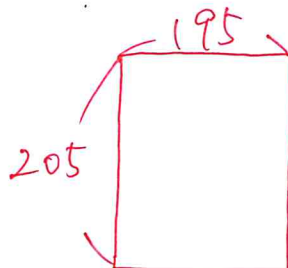
$= (60+1)^2$
 $= 60^2 + 2 \times 60 \times 1 + 1^2$
 $= 3600 + 120 + 1$
 $= \underline{3721}$

(4) 99^2

$= (100-1)^2$
 $= 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2$
 $= 10000 - 200 + 1$
 $= \underline{9801}$

(問2) 縦が205cm、横が195cmの長方形の面積を求めなさい。

205×195
 $= (200+5)(200-5)$
 $= 200^2 - 5^2$
 $= 40000 - 25$
 $= \underline{39975}$



(例2) 乗法公式を活用した式の展開

$$\begin{aligned}
 (1) (3x+4)^2 &= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + 4^2 \\
 &= 9x^2 + 24x + 16
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) (x-3y)^2 &= x^2 - 2 \times x \times 3y + (3y)^2 \\
 &= x^2 - 6xy + 9y^2
 \end{aligned}$$

イメージ

$$(○ + \Delta)^2 = \underbrace{○^2} + 2 \times ○ \times \Delta + \Delta^2$$

$$(○ - \Delta)^2 = \underbrace{○^2} - 2 \times ○ \times \Delta + \Delta^2$$

※公式②③と見た?!!

(問3) 次の式を展開しなさい。

公式①

$$\begin{aligned}
 (1) (2a+5)(2a-3) &= (2a)^2 + 2 \times 2a \times (-3) - 15 \\
 &= \underline{4a^2 + 4a - 15}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) (4x+1)^2 &= (4x)^2 + 2 \times 4x \times 1 + 1^2 \\
 &= \underline{16x^2 + 8x + 1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) (5a-2)^2 &= (5a)^2 - 2 \times 5a \times 2 + 2^2 \\
 &= \underline{25a^2 - 20a + 4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) (6a+1)(6a-1) &= (6a)^2 - 1^2 \\
 &= \underline{36a^2 - 1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) (4a-3b)^2 &= (4a)^2 - 2 \times 4a \times 3b + (3b)^2 \\
 &= \underline{16a^2 - 24ab + 9b^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (6) (2x+y)(2x-y) &= (2x)^2 - y^2 \\
 &= \underline{4x^2 - y^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (7) (1+8a)(1-8a) &= 1^2 - (8a)^2 \\
 &= \underline{1 - 64a^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (8) \left(2x - \frac{1}{4}\right)^2 &= (2x)^2 - 2 \times 2x \times \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \\
 &= \underline{4x^2 - x + \frac{1}{16}}
 \end{aligned}$$

乗法公式の4つの
εどおりに見た?!!

1章 式の展開と因数分解

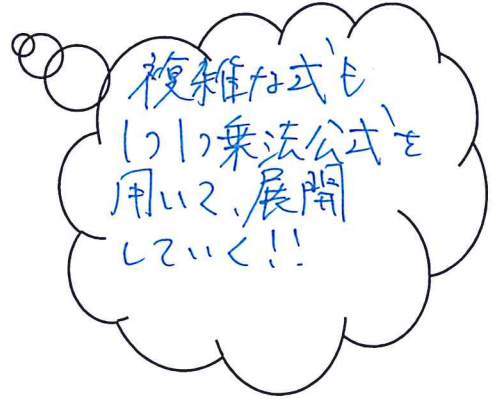
1節 式の展開

6、乗法公式の活用②

めあて (p6と同じ)

(例3) 乗法公式を活用した式の計算

$$\begin{aligned} & \underline{(x+3)^2 - (x+2)(x-2)} \\ &= \underline{(x^2+6x+9) - (x^2-4)} \\ &= x^2+6x+9-x^2+4 \\ &= \underline{6x+13} \end{aligned}$$



(問4)

$$\begin{aligned} (1) & \underline{(x+2)^2 - (x+4)(x-4)} \\ &= \underline{x^2+4x+4 - (x^2-16)} \\ &= x^2+4x+4-x^2+16 \\ &= \underline{4x+20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & \underline{(x+6)(x-1) - (x-3)^2} \\ &= \underline{x^2+5x-6 - (x^2-6x+9)} \\ &= x^2+5x-6-x^2+6x-9 \\ &= \underline{11x-15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) & \underline{(x+2)(x-3) - (x+6)(x-6)} \\ &= x^2-x-6 - (x^2-36) \\ &= x^2-x-6-x^2+36 \\ &= \underline{-x+30} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) & \underline{(2a+3)(a-4) - (a+1)(a+2)} \\ &= \underline{2a^2-8a+3a-12 - (a^2+3a+2)} \\ &= 2a^2-8a+3a-12-a^2-3a-2 \\ &= \underline{a^2-8a-14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) & \underline{(3x-1)^2 - (x+1)^2} \\ &= 9x^2-6x+1 - (x^2+2x+1) \\ &= 9x^2-6x+1-x^2-2x-1 \\ &= \underline{8x^2-8x} \end{aligned}$$

○ $(a+b+3)(a+b+2)$ の展開の仕方を考えてみよう!

$$\begin{aligned}
 & \overbrace{(a+b+3)}^M \overbrace{(a+b+2)}^M \\
 &= (M+3)(M+2) \\
 &= M^2+5M+6 \\
 &= (a+b)^2+5(a+b)+6 \leftarrow Mを \\
 &= a^2+2ab+b^2+5a+5b+6 \leftarrow a+bにも使う
 \end{aligned}$$

()の中が3つ以上の項のときは、同じ部分をMなどの一つの文字に置き換え、乗法公式を使う!!

(例4)

$$\begin{aligned}
 & (a+b+3)(a-b+3) \\
 &= \overbrace{(a+3+h)}^M \overbrace{(a+3-h)}^M \leftarrow \text{同じ部分を作るために並べかえる} \\
 &= (M+h)(M-h) \leftarrow a+3をMとする \\
 &= M^2-h^2 \\
 &= (a+3)^2-h^2 \leftarrow Mをa+3にも使う \\
 &= a^2+6a+9-h^2
 \end{aligned}$$

(問5) 次の式を展開しなさい。

(1) $\overbrace{(a+b+2)}^M \overbrace{(a+b-5)}^M$

$$\begin{aligned}
 &= (M+2)(M-5) \\
 &= M^2-3M-10 \\
 &= (a+b)^2-3(a+b)-10 \\
 &= a^2+2ab+b^2-3a-3b-10
 \end{aligned}$$

(2) $\overbrace{(x+y-3)}^M^2$

$$\begin{aligned}
 &= (M-3)^2 \\
 &= M^2-6M+9 \\
 &= (x+y)^2-6(x+y)+9 \\
 &= x^2+2xy+y^2-6x-6y+9
 \end{aligned}$$

(3) $(x-y-1)(x+y-1)$

$$\begin{aligned}
 &= \overbrace{(x-1-y)}^M \overbrace{(x-1+y)}^M \\
 &= (M-y)(M+y) \\
 &= M^2-y^2 \\
 &= (x-1)^2-y^2 \\
 &= x^2-2x+1-y^2
 \end{aligned}$$

(4) $(a+b+4)(a-b+4)$

$$\begin{aligned}
 &= \overbrace{(a+4+h)}^M \overbrace{(a+4-h)}^M \\
 &= (M+h)(M-h) \\
 &= M^2-h^2 \\
 &= (a+4)^2-h^2 \\
 &= a^2+8a+16-h^2
 \end{aligned}$$

1章 式の展開と因数分解

2節 因数分解

1、因数分解①

めあて 展開された式も()を用いた積の形にしよう!!

○1つの多項式を、単項式や多項式の積の形に表すことを考えてみよう!

(例1)

分配法則を使ってかっこを使った式にそれぞれ書き直してみよう!

$$(1) \underline{ax} - \underline{ay} = a(x-y)$$

どちらにもa

$$(2) \underline{x^2} - \underline{2x} = x(x-2)$$

どちらにもx

Point! (因数分解)

○1つの多項式がいくつかの単項式や多項式の積の形に表せるとき、そのおのおのの式を、もとの多項式の(因数)という。

○また、1つの多項式をいくつかの因数の積の形に表すことを、もとの多項式を(因数分解)するという。

$$x^2 + 5x + 6 \xrightarrow{\text{展開}} (x+2)(x+3)$$

↑
因数分解

※簡単にいうと、(因数分解)は(展開)の逆!

(例2) 共通な因数をくくり出す因数分解①

$$(1) x^2 + 5xy \leftarrow \text{どちらにも} x$$
$$= x(x+5y)$$

$$(2) 2ax - ay + a \leftarrow \text{すべてに} a$$
$$= a(2x - y + 1)$$

(問2) 次の式を因数分解しなさい。

$$(1) \cancel{xy} + \cancel{2z}$$
$$= x(y+2z)$$

$$(2) 8ab - b^2$$
$$= b(8a - b)$$

$$(3) ax - 4ay$$
$$= a(x-4y)$$

$$(4) 3ax + 5bx - 4cx$$
$$= x(3a+5b-4c)$$

(例3) 共通な因数をくくり出す因数分解②

$$2x^2 + 6x \\ = 2x(x+3)$$

分配法則も用いた
因数分解をするときは、
数も文字も共通している
すべてのものを()の外に出す!!
※ $x(2x^2+6)$ や $2(x^2+3x)$ には不十分

(問3) 次の式を因数分解しなさい。

(1) $3x^2 + 9x$
 $= 3x(x+3)$

(2) $4ax - 2a$
 $= 2a(2x-1)$

(3) $4x^2 + 4xy$
 $= 4x(x+y)$

(4) $42ab - 6b^2$
 $= 6b(7a-b)$

(5) $12x^2 + 8x$
 $= 4x(3x+2)$

(6) $20a^2 + 10ab - 5a$
 $= 5a(4a+2b-1)$

(7) $6a^2b - 3ab$
 $= 3ab(2a-1)$

(8) $2ab^2 - 4ab - 10b$
 $= 2b(ab-2a-5)$

因数分解したら、
たしあめこ"上の問題員に戻子が
や子と、正確さが増す!!

1章 式の展開と因数分解

2節 因数分解

2. 乗法公式①をもとにする因数分解①

めあて 展開した式 → 乗法公式の形にしよう!!

☆クイズ

- $x^2 + 3x + 2 \rightarrow 1$ と 2
- $x^2 + 6x + 8 \rightarrow 2$ と 4
- $x^2 + 9x + 20 \rightarrow 4$ と 5
- $x^2 + 11x + 28 \rightarrow 4$ と 7

空欄にあてはまる2つの数は何?

どんな法則かな?

2つの数は、たしはものか'xの係数、かけたものが'定数項'になっている。

(例) $x^2 + 3x + 2$
 $\begin{matrix} 1 \times 2 \\ 1 \times 2 \end{matrix}$

(例1) $x^2 + (a+b)x + ab$ の因数分解①

$x^2 + 6x + 5$ を因数分解してみよう!

$x^2 + 6x + 5$
 $\begin{matrix} 1 \times 5 \\ 1 \times 5 \end{matrix}$
 $= (x+1)(x+5)$

↑この形にするのが
因数分解

$(x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$
 $\begin{matrix} 2 \times 3 \\ 2 \times 3 \end{matrix}$

たして6、かけ25になる2つの数は、①と⑤。
この2つの数を $(x+\text{○})(x+\text{△})$ の 〇 の所に
入れこむ。

Point!

公式①: $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

※積(定数項)から2つの数を見つけることがコツ!

(問1) 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + 8x + 7$
 $= (x+1)(x+7)$
 ← たして8、かけ7になるのは、①と⑦

(2) $y^2 + 6y + 8$
 $= (y+2)(y+4)$

← $(y+2)$ と $(y+4)$ がいい
逆でもいい。

(3) $a^2 + 10a + 21$
 $= (a+3)(a+7)$

(4) $x^2 + 8x + 12$
 $= (x+2)(x+6)$

← この15の答えも逆か!

(5) $a^2 + 13a + 30$
 $= (a+3)(a+10)$

↑ たした かけた
 $x + \text{○} x + \text{△}$
 ↑ ↑
 この2つの数を判断して
 すぐ答え!!

(例2) $x^2 + (a+b)x + ab$ の因数分解②

$x^2 - 6x + 8$ ← -6 と 8 の積は -2 と -4
 $= (x-2)(x-4)$ ※2つの数に「-」がある場合は、「-」を代入する。

(問2) 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 - 4x + 3$ ← -4 と 3
 $= (x-1)(x-3)$

(2) $y^2 - 7y + 12$
 $= (y-3)(y-4)$

(3) $x^2 - 10x + 16$
 $= (x-2)(x-8)$

(4) $a^2 - 8a + 12$
 $= (a-2)(a-6)$

(5) $a^2 - 24a + 44$
 $= (a-2)(a-22)$

(問3) 次の式を因数分解しなさい。(積が負の数)

$x^2 - 2x - 15$ ← -2 と -15 の積は -5 と 3
 $= (x-5)(x+3)$

(問4) 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + 6x - 7$ ← -7 と 6
 $= (x-1)(x+7)$

(2) $x^2 - 3x - 10$
 $= (x-5)(x+2)$

(3) $y^2 + 2y - 35$
 $= (y-5)(y+7)$

(4) $a^2 - 7a - 30$
 $= (a-10)(a+3)$

(5) $a^2 - 99a - 100$
 $= (a-100)(a+1)$

(問5) 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + 7x + 10$
 $= (x+2)(x+5)$

(2) $x^2 - 8x + 15$
 $= (x-3)(x-5)$

(3) $x^2 - 3x - 18$
 $= (x-6)(x+3)$

(4) $x^2 - 12x + 32$
 $= (x-8)(x-4)$

(5) $y^2 + 11y + 30$
 $= (y+5)(y+6)$

(6) $a^2 + 6a - 27$
 $= (a-3)(a+9)$

1章 式の展開と因数分解

2節 因数分解

3、乗法公式②③④をもとにする因数分解①

めあて $(x+a)^2, (x-a)^2, (x+a)(x-a)$ の開方に因数分解しよう!!

(例1) 平方の形になる因数分解

(1) $x^2 + 8x + 16 \rightarrow 4 \text{ と } 4$

$$= (x+4)(x+4)$$

$$= (x+4)^2$$

8は4の2倍

16は4の2乗

(2) $x^2 - 10x + 25 \rightarrow -5 \text{ と } -5$

$$= (x-5)(x-5)$$

$$= (x-5)^2$$

-10は-5の2倍

25は-5の2乗

前のプリントのやり方で
2つの数と同じ場合は、
 $(x \sim)^2$ の開方になる!!
※定数項が何らかの数の
2乗であれば、このやり方
の適用は可能である。

Point!

$$\text{公式②'}: x^2 + 2ax + a^2 = (x+a)^2$$

$$\text{公式③'}: x^2 - 2ax + a^2 = (x-a)^2$$

(問1) 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + 6x + 9$
3の2倍 3の2乗

$$= (x+3)^2 \leftarrow (x+3)(x+3)$$

と答えては×

(2) $a^2 + 10a + 25$
5

$$= (a+5)^2$$

(3) $y^2 + 2y + 1$
1

$$= (y+1)^2$$

(4) $x^2 - 4x + 4$
-2の2倍 -2の2乗

$$= (x-2)^2$$

(5) $a^2 - 8a + 16$
-4

$$= (a-4)^2$$

(6) $x^2 - 12x + 36$
-6

$$= (x-6)^2$$

※因数分解は展開の逆だから、

因数分解したあとに、展開して、問題の形に
きちんと戻れば、答えが正しい、正しいことが
確かめられる!!

(例2) 平方の差になっている式の因数分解

$$x^2 - 36$$

$$= \underline{(x+6)(x-6)}$$

(2乗)-(2乗)の式は
(x+m)(x-m)の形

Point!

$$\text{公式④}': x^2 - a^2 = (x+a)(x-a)$$

(問2) 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 - 4$
 $= \underline{(x+2)(x-2)}$

(2) $y^2 - 49$
 $= \underline{(y+7)(y-7)}$

(3) $25 - a^2$
 $= \underline{(5+a)(5-a)}$

(4) $x^2 - 900$
 $= \underline{(x+30)(x-30)}$

(例3) 因数分解の公式④'を活用した数の計算

$$55^2 - 45^2$$

$$= (55+45)(55-45)$$

$$= 100 \times 10$$

$$= \underline{1000}$$

← 公式④'にあてはめる。
 因数分解できたので、
 数の計算をする。

(問3) 公式④'を使って、次の計算をしなさい。

(1) $27^2 - 23^2$
 $= (27+23)(27-23)$
 $= 50 \times 4$
 $= \underline{200}$

(2) $101^2 - 100^2$
 $= (101+100)(101-100)$
 $= 201 \times 1$
 $= \underline{201}$

(3) $1.5^2 - 0.5^2$
 $= (1.5+0.5)(1.5-0.5)$
 $= 2 \times 1$
 $= \underline{2}$

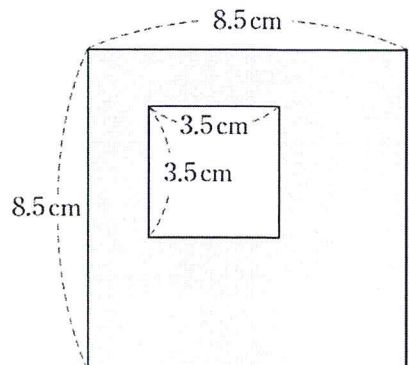
(問4) 右の図で色のついた部分の面積を求めなさい。

$$8.5^2 - 3.5^2$$

$$= \underline{(8.5+3.5)(8.5-3.5)}$$

$$= 2 \times 5$$

$$= \underline{60 \text{ (cm}^2\text{)}}$$



1章 式の展開と因数分解

2節 因数分解

4. いろいろな因数分解①

時間があるときは「111192」
じっくり見つけて解いてみよう!

めあて 今まで学んだことを用いて、因数分解しよう!!

(例1) 因数分解の公式の活用

$2x$ の2乗 3 の2乗

$$(1) 4x^2 + 12x + 9$$

$$= (2x)^2 + 2 \times (2x) \times 3 + 3^2$$

公式① = $(2x+3)^2$

$5a$ の2乗 $4b$ の2乗

$$(2) 25a^2 - 16b^2$$

$$= (5a)^2 - (4b)^2$$

$$= (5a+4b)(5a-4b)$$

両サイドが
2乗の形だったら
このパターンが多い

(問1) 次の式を因数分解しなさい。

(1) $4a^2 + 4a + 1$

$$= (2a)^2 + 2 \times 2a \times 1 + 1^2$$

$$= (2a+1)^2$$

(2) $9x^2 - 30x + 25$

3xの2乗 5

$$= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2$$

$$= (3x-5)^2$$

(3) $16x^2 - 1$

$4x$ 1

$$= (4x)^2 - 1^2$$

$$= (4x+1)(4x-1)$$

(4) $a^2 - 81b^2$

a $9b$

$$= a^2 - (9b)^2$$

$$= (a+9b)(a-9b)$$

(5) $x^2 + 8xy + 16y^2$

x $4y$

$$= x^2 + 2 \times x \times 4y + (4y)^2$$

$$= (x+4y)^2$$

(6) $x^2 + xy - 12y^2$

$$= (x-3y)(x+4y)$$

(7) $4x^2 + 20xy + 25y^2$

$2x$ $5y$

$$= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 5y + (5y)^2$$

$$= (2x+5y)^2$$

(8) $49a^2 - 14ab + b^2$

$7a$ b

$$= (7a)^2 - 2 \times 7a \times b + b^2$$

$$= (7a-b)^2$$

$x^2 + x - 12$ の
因数分解と同じ
ようにやる

(例2) 共通な因数をくり出してから公式を使う因数分解

$$5x^2 + 10x - 15$$

$$= 5(x^2 + 2x - 3)$$

$$= 5(x+3)(x-1)$$

数で因数分解できるときは
まず数で外に出す。

(問2) 次の式を因数分解しなさい。

(1) $2x^2 - 10x + 12$

$$= 2(x^2 - 5x + 6)$$

$$= 2(x-2)(x-3)$$

(2) $2x^2 + 8x + 8$

$$= 2(x^2 + 4x + 4)$$

$$= 2(x+2)^2$$

(3) $3x^2 - 27$

$$= 3(x^2 - 9)$$

$$= 3(x+3)(x-3)$$

(4) $5x^2 - 100x + 500$

$$= 5(x^2 - 20x + 100)$$

$$= 5(x-10)^2$$

(5) $ax^2 - 2ax - 3a$

$$= a(x^2 - 2x - 3)$$

$$= a(x-3)(x+1)$$

(例3) 多項式を1つの文字とみなして公式を使う因数分解

$$(x-2)^2 + 5(x-2) + 6$$

$$= M^2 + 5M + 6$$

$$\text{公式①} = (M+2)(M+3)$$

$$= (x-2+2)(x-2+3) \leftarrow M \text{ を } x-2 \text{ に戻す}$$

$$= x(x+1) \leftarrow () \text{ の中を計算}$$

$x-2=M$ とし、
因数分解の公式を
用いる!!

(問3) 次の式を因数分解しなさい。

(1) $(a+1)x + (a+1)y$

$$= Mx + My$$

$$= M(x+y)$$

$$= (a+1)(x+y)$$

(2) $(x+5)^2 - 8(x+5) + 16$

$$= M^2 - 8M + 16$$

$$= (M-4)^2$$

$$= (x+5-4)^2 \leftarrow () \text{ の中を計算}$$

$$= (x+1)^2$$

(3) $(x+y)^2 - 9$

$$= M^2 - 3^2$$

$$= (M+3)(M-3)$$

$$= (x+y+3)(x+y-3)$$

(4) $(a-3)^2 - 3(a-3) - 10$

$$= M^2 - 3M - 10$$

$$= (M-5)(M+2)$$

$$= (a-3-5)(a-3+2)$$

$$= (a-8)(a-1)$$

(例4) 1つの文字に着目して行う因数分解

$$xy + x + y + 1$$

$$= \underbrace{xy + x}_{x \text{ がある}} + \underbrace{y + 1}_{x \text{ がない}}$$

$$= x(y+1) + (y+1)$$

$$= (x+1)(y+1)$$

$y+1=M$ とし
 $=xM + M$
 $=(x+1)M$

共通するものが無い場合は、
1つの文字に着目して
分けを考へる!!

(問3) 次の式を因数分解しなさい。

(1) $xy - 3x + y - 3$

$$= x(y-3) + (y-3)$$

$$= (x+1)(y-3)$$

$xM + M$
 $=(x+1)M$

(2) $ab - 2a - b + 2$

$$= a(b-2) - (b-2)$$

$$= (a-1)(b-2)$$

訂正をお願いします!!

わかづがらいいときは、
 $xM + M$
のように、 $y-3$ を M と
すれば見やすい!!